

3.4.2 Mehrperiodige Zahlungsströme, Barwert und Kapitalwert

Im Gegensatz zu den Beispielen in Kapitel 3.4.1 ist man in der Praxis oft mit Zahlungsströmen konfrontiert, die aus mehreren Zahlungen bestehen. Zum Beispiel hat man bei Investitionsprojekten meist mit einer Auszahlung im Zeitpunkt 0 und vielen weiteren (meist) Einzahlungen in der Zukunft zu tun. Dies lässt sich anhand von Abbildung 6 veranschaulichen.

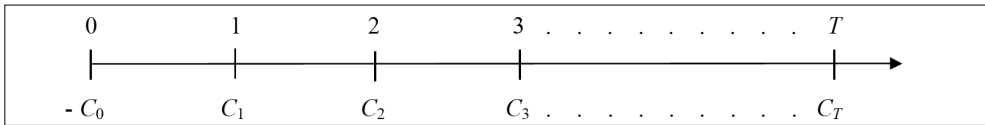


Abb. 6: Zahlungsstrom bei einem mehrperiodigen Investitionsprojekt

T ist die Nutzungsdauer des Investitionsprojektes. C_t (für $t > 0$) ist die zu erwartende Zahlung („Cash Flow“, Rückfluss) aus dem Investitionsprojekt im Zeitpunkt t . Diese erhält man als Saldo aller erwarteten Einzahlungen und Auszahlungen im Zeitpunkt t . C_0 stellt die Anschaffungsauszahlung des Investitionsprojektes im Investitionszeitpunkt (Zeitpunkt 0) dar. Da diese zu bezahlen ist, ist die erste Zahlung „- C_0 “.

Zur Bewertung solcher mehrperiodigen Zahlungsströme gibt es nun zwei weit verbreitete Konzepte: Unter dem **Barwert** („Present Value“, abgekürzt mit PV) versteht man den Barwert aller zukünftigen Cash Flows ohne Abzug der Anschaffungsauszahlung. Unter dem **Kapitalwert** („Net Present Value“, abgekürzt mit NPV) versteht man den Barwert der Rückflüsse unter Abzug der Anschaffungsauszahlung. Wenn man davon ausgeht, dass man alle erwarteten zukünftigen Zahlungen aus dem Investitionsprojekt durch Kauf von Wertpapieren in gleicher Währung und mit gleichem Risiko mit Laufzeit von einem, zwei, ... und T Jahren duplizieren kann (Annahme eines vollkommenen und vollständigen Kapitalmarktes), lassen sich diese beiden Konzepte wie folgt interpretieren:

Der Barwert sagt aus, welchen Geldbetrag man im Investitionszeitpunkt ($t=0$) auf dem Kapitalmarkt investieren müsste, um die Rückflüsse aus dem Investitionsprojekt zu duplizieren. Man kann den Barwert somit als den Wert des Investitionsprojektes auf dem Kapitalmarkt interpretieren. Beim Kapitalwert zieht man davon noch den Preis des Investitionsprojektes in Form der Anschaffungsauszahlung ab und erhält so den heutigen „Gewinn“ aus dem Investitionsprojekt.¹³ Der Kapitalwert sagt somit aus, um welchen Geldbetrag man durch dieses Investitionsprojekt reicher wird.

¹³ Dabei ist der Ausdruck „Gewinn“ nicht im buchhalterischen Sinne (als Erträge abzüglich Aufwände) zu sehen, sondern als die Veränderung des aktuellen Vermögens durch das Investitionsprojekt.

Von größerer Relevanz für Investitionsentscheidungen ist natürlich der Kapitalwert, da dieser auch die Anschaffungsauszahlung des Investitionsprojektes berücksichtigt. Die Ermittlung des Kapitalwertes verläuft in folgenden Schritten:

1. Schritt: Prognose der erwarteten Zahlungen (Cash Flows C_t).

2. Schritt: Bestimmung des Kalkulationszinssatzes (i) zur Bewertung der Zahlungen. Hinweise zur Ermittlung des Kalkulationszinssatzes folgen in Kapitel 3.4.4.

3. Schritt: Abzinsen der zukünftigen Zahlungen. Dieser Schritt lässt sich anhand von Abbildung 7 veranschaulichen.

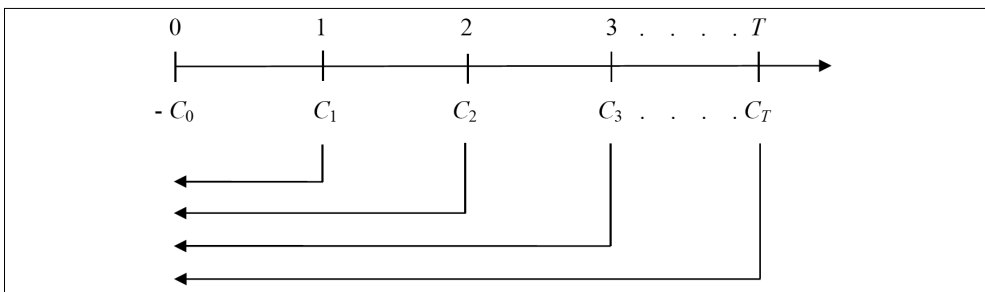


Abb. 7: Abzinsung des Zahlungsstromes bei einem mehrperiodigen Investitionsprojekt

So kann zunächst der Barwert ermittelt werden:

$$PV = \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_T}{(1+i)^T}$$

Alternativ zur manuellen Berechnung des Barwertes bietet sich die **Excel-Funktion NBW** an. Dabei steht NBW für „Nettobarwert“. Diese Funktion lautet unter Einbeziehung der Argumente $NBW(i; C_1; C_T)$. Zu betonen ist, dass die Funktion NBW so definiert ist, dass sie nicht den Kapitalwert, sondern den Barwert ergibt. Das nach dem vierten Schritt folgende numerische Beispiel veranschaulicht die Verwendung der NBW-Funktion.

In einem nächsten Schritt kann man durch Subtrahieren der Anschaffungsauszahlung vom Barwert den Kapitalwert NPV ermitteln:

$$NPV = -C_0 + \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_T}{(1+i)^T}$$

Der so berechnete Kapitalwert entspricht dem Barwert des zusätzlichen erwarteten Vermögens, welches durch die Durchführung des Projektes geschaffen wird.

4. Schritt: Anwendung der „Kapitalwertregel“:

Bei der Beurteilung der **absoluten Vorteilhaftigkeit** lautet die Kapitalwertregel wie folgt:

Wenn der Kapitalwert positiv ist (d. h. wenn der Barwert des Projektes seine Anschaffungsauszahlung übersteigt), wird man durch dieses Investitionsprojekt reicher. Daher sollte man es durchführen. Je höher der Kapitalwert ist, desto größer ist der dadurch erzielbare Vermögenszuwachs.

Wenn der Kapitalwert hingegen negativ ist (wenn also der Barwert kleiner als die Anschaffungsauszahlung ist), würde man durch dieses Investitionsprojekt an Vermögen verlieren. Die auf den Investitionszeitpunkt ($t=0$) abgezinsten, prognostizierten Einzahlungen decken nicht einmal die Anschaffungsauszahlung. Somit sollte man das Investitionsprojekt ablehnen.

Bei Beurteilung der **relativen Vorteilhaftigkeit** wird man einfach das Investitionsprojekt mit dem höchsten (positiven) Kapitalwert wählen.

Der Kapitalwertmethode bzw. der Interpretation des Kapitalwertes als Zuwachs des Vermögens durch das Investitionsprojekt liegen die folgenden Annahmen zugrunde:

1. Es gibt einen vollkommenen Kapitalmarkt (vgl. die Ausführungen in Kapitel 3.2). Daraus resultiert u. a. ein einheitlicher Kalkulationszinssatz für Einzahlungen wie für Auszahlungen.
2. Die Rückflüsse aus dem Projekt können bis zum Ende der Nutzungsdauer zum Kalkulationszinssatz i wiederveranlagt werden.
3. Bei Entscheidung zwischen zwei Investitionsprojekten (relative Vorteilhaftigkeitsanalyse) mit unterschiedlichen Anschaffungsauszahlungen wird angenommen, dass der Differenzbetrag zwischen den Anschaffungsauszahlungen der beiden Investitionsprojekte zum Kalkulationszinssatz i veranlagt werden kann.

Beispiel:

Sie überlegen, in ein Investitionsprojekt zu investieren. Für dieses Projekt werden die folgenden Daten prognostiziert:

- Die Anschaffungsauszahlung beträgt 84 Mio. EUR.
- Die Nutzungsdauer beläuft sich auf fünf Jahre.
- Man erwartet von diesem Projekt während dieser fünf Jahre einen konstanten Rückfluss in Höhe von 24 Mio. EUR pro Jahr.
- Der Kalkulationszinssatz beträgt 10 %.

Der Kapitalwert (in Mio. EUR) lässt sich dann wie folgt ermitteln:

$$NPV = -84 + \frac{24}{1,1^1} + \frac{24}{1,1^2} + \frac{24}{1,1^3} + \frac{24}{1,1^4} + \frac{24}{1,1^5} = 6,98$$

Da der Kapitalwert positiv ist, ist es sinnvoll, in dieses Investitionsprojekt zu investieren. Das Projekt bringt einen Vermögenszuwachs von 6,98 Mio. EUR.

Noch einfacher funktioniert die Berechnung des Kapitalwertes mit der vordefinierten Excel-Funktion NBW. Dabei ist allerdings – wie oben beschrieben – zu berücksichtigen, dass man mit der NBW-Funktion nur den Barwert und nicht den Kapitalwert des Projektes ermitteln kann. Die Anschaffungsauszahlung ist daher noch von dem mit der NBW-Funktion ermittelten Wert zu subtrahieren. Die Vorgangsweise ist für dieses Beispiel in Abbildung 8 veranschaulicht.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Beispiel: Kapitalwert						
2							
3	Anschaffungsauszahlung (in Mio. Euro):	84					
4	Erwarteter konstanter jährlicher Rückfluss (in Mio. Euro):	24					
5	Nutzungsdauer (in Jahren):	5					
6	Zinssatz:	10%					
7							
8	relativer Zeitpunkt:	0	1	2	3	4	5
9	Zahlungsstrom:	-84	24	24	24	24	24
10							
11	Kapitalwert:	6,98	Mio. EUR				

Abb. 8: Ermittlung des Kapitalwertes mit der Excel-Funktion NBW

3.4.5 Interner Zinsfuß

3.4.5.1 Definition des Internen Zinsfußes

Da bei einem Investitionsprojekt in der Regel am Beginn eine Auszahlung und in den zukünftigen Jahren Einzahlungen (Rückflüsse) anfallen, gilt, dass mit zunehmendem Kalkulationszinssatz der Barwert der späteren Einzahlungen sinkt, was zu einer Reduktion des Kapitalwertes führt. Dies lässt sich anhand der Kapitalwertfunktion veranschaulichen. Die Kapitalwertfunktion eines Investitionsprojektes, $NPV(i)$, zeigt den Kapitalwert des Investitionsprojektes (NPV) in Abhängigkeit des Kalkulationszinssatzes (i). Abbildung 10 zeigt eine solche Kapitalwertfunktion:

¹⁷ Die Existenz einer Risikoprämie auf dem Kapitalmarkt ist konsistent mit der Annahme von Risikoaversion innerhalb der Neoklassischen Finanzierungstheorie (vgl. dazu auch die Ausführungen in Kapitel 3.1).

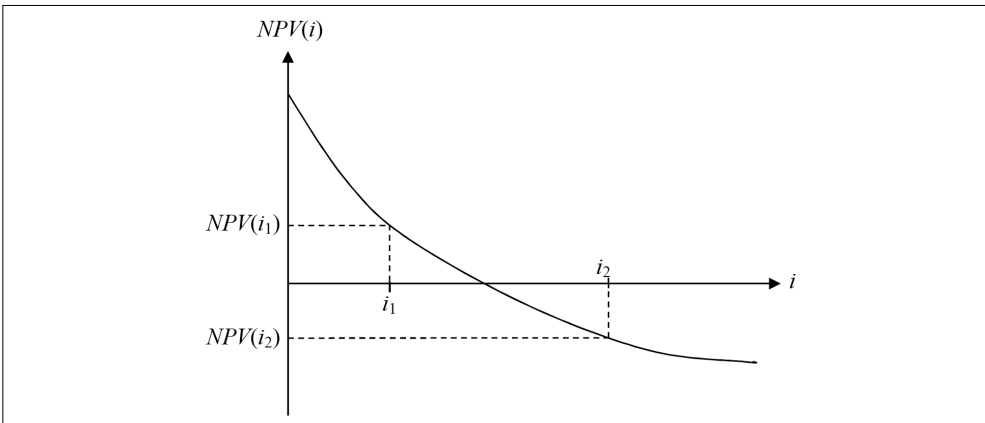


Abb. 10: Kapitalwertfunktion eines Investitionsprojektes

Je höher der Kalkulationszinssatz ist, desto geringer ist der Kapitalwert des Investitionsprojektes. Bei dem in Abbildung 10 dargestellten Investitionsprojekt gilt: Bei geringen Kalkulationszinssätzen (z. B. beim Zinssatz i_1) ist der Kapitalwert positiv, während er bei hohen Kalkulationszinssätzen (z. B. i_2) negativ ist.

Ein weiteres Kriterium zur Beurteilung von Investitionsprojekten neben dem Kapitalwert ist der Interne Zinsfuß („Internal Rate of Return“). Dies ist jener Zinsfuß, der einen Kapitalwert von genau null ergibt. Grafisch ist dies in Abbildung 11 dargestellt.

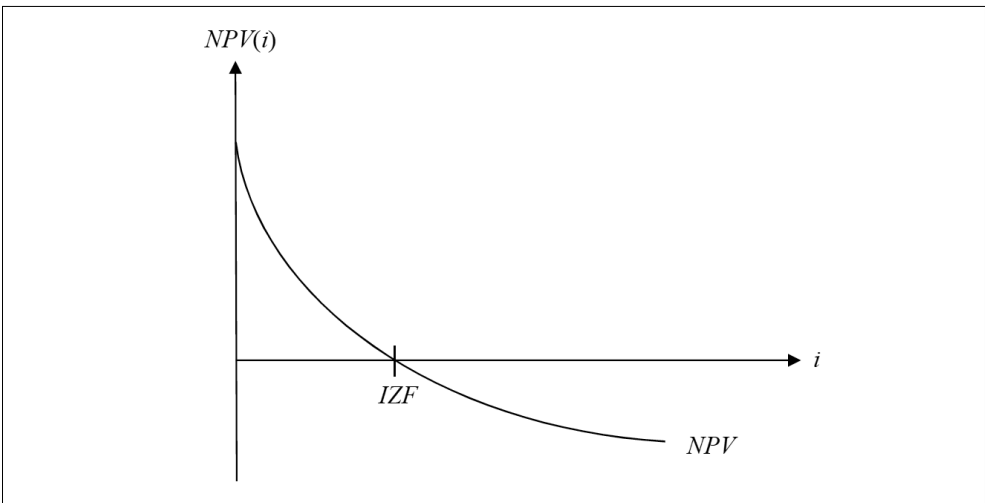


Abb. 11: Interner Zinsfuß

Mathematisch betrachtet ist somit der Interne Zinsfuß (IZF) eines Investitionsprojektes die Nullstelle der Kapitalwertfunktion.

3.4.5.2 Berechnung des Internen Zinsfußes

Der Interne Zinsfuß wird durch Lösen der folgenden Gleichung ermittelt:

$$NPV = -C_0 + \frac{C_1}{(1+IZF)^1} + \frac{C_2}{(1+IZF)^2} + \dots + \frac{C_T}{(1+IZF)^T} = 0$$

Während beim Kapitalwert-Kriterium der angemessene Kalkulationszinssatz (vgl. Kapitel 3.4.4) eingesetzt wird, um den Kapitalwert zu ermitteln, wird bei der Methode des Internen Zinsfußes ein Kapitalwert von null eingesetzt, um jenen Zinssatz zu ermitteln, der diesen Kapitalwert von null liefert. Da wie bei der Kapitalwertmethode die Nutzungsdauer und alle erwarteten Cash Flows prognostiziert werden müssen, entspricht die Gleichung zur Ermittlung des Internen Zinsfußes **einer** Gleichung mit **einer** Variablen, nämlich *IZF*. Sie ist somit grundsätzlich lösbar. Im Allgemeinen gibt es allerdings keine **explizite** Lösung dieser Gleichung, sondern es müssen numerische Verfahren verwendet werden. Die folgenden Methoden bieten sich an:

- iterative Verfahren (d.h. man tastet sich iterativ z.B. durch Intervallhalbierung, lineare Interpolation oder das Newton-Verfahren an die Nullstelle der Kapitalwertfunktion heran; vgl. Frühwirth (2002), S. 25 ff.)
- Finanzmathematische Taschenrechner (meist genügt die Eingabe aller Cash Flows und das Drücken der Taste für den Internen Zinsfuß)
- Excel-Zielwertsuche
- Excel-Solver
- vordefinierte Excel-Funktionen – konkret die Funktion IKV (IKV steht für „Interne Kapitalverzinsung“) bei äquidistanten Zahlungszeitpunkten (d.h. Zahlungszeitpunkten in gleichen Abständen) bzw. die Funktion XINTZINSFUSS bei unregelmäßigen Zahlungszeitpunkten

Der für den Anwender einfachste Weg ist die Verwendung der vordefinierten Excel-Funktionen. Die Argumente bei der IKV-Funktion sind sämtliche Cash Flows des Investitionsprojektes, somit lautet die Funktion $IKV(C_0 : C_T)$. Eine noch flexiblere Variante bietet die Funktion XINTZINSFUSS, da man diese auch bei unregelmäßigen Zahlungszeitpunkten verwenden kann. Bei dieser Funktion sind die Argumente zunächst sämtliche Cash Flows des Investitionsprojektes sowie danach die Zeitpunkte, zu denen diese Cash Flows anfallen. Somit lautet die Syntax $XINTZINSFUSS(C_0 : C_T ; t_0 : t_T)$ wobei t_0 für den Investitionszeitpunkt ($t=0$) und t_T für den Zeitpunkt am Ende der Nutzungsdauer ($t = T$) steht. Die Ermittlung des Internen Zinsfußes mit diesen beiden Excel-Funktionen wird in Kapitel 3.4.5.4 durch Bildschirm ausdrücke veranschaulicht.

3.4.5.3 Interpretation des Internen Zinsfußes und Entscheidung mit dem Internen Zinsfuß

Der Interne Zinsfuß kann als die Rentabilität/Rendite des im Investitionsprojekt gebundenen Kapitals interpretiert werden. Während der Kapitalwert angibt, um welchen Geldbetrag (per $t=0$) man durch das Investitionsprojekt reicher wird, ermittelt der Interne Zinsfuß, welche prozentuelle Verzinsung man jährlich mit diesem Investitionsprojekt erzielt. Diese Denkweise ist in der Praxis sehr weit verbreitet. So kennt man das Denken in „% p. a.“ z. B. aus dem Bankgeschäft (Sparbuchzinssatz, Kreditzinssatz ...) oder aus dem Controlling (Eigenkapitalrentabilität, Gesamtkapitalrentabilität, Return on Invested Capital usw.).

Darauf aufbauend kann man nun zur Entscheidungsregel anhand des Internen Zinsfußes übergehen:

Bei der Beurteilung der **absoluten Vorteilhaftigkeit** gilt: Allein aufgrund der Kenntnis des Internen Zinsfußes kann man in der Regel noch kein Urteil über das Investitionsprojekt treffen. Darüber hinaus ist auch die Kenntnis des angemessenen Kalkulationszinssatzes (d. h. der Opportunitätskosten des Kapitals, vgl. Kapitel 3.4.4) nötig. Man muss zwischen zwei Fällen unterscheiden (vgl. Berk/DeMarzo (2007), S. 152):¹⁸

- a) Ist der angemessene Kalkulationszinssatz (Opportunitätskosten des Kapitals) höher als der Interne Zinsfuß (z. B. weil es sich hier um ein sehr riskantes Projekt mit einem entsprechend höheren Risikoaufschlag handelt), so ist der Kapitalwert bei Verwendung der Opportunitätskosten des Kapitals negativ. Das Investitionsprojekt ist also unvorteilhaft und sollte nicht durchgeführt werden!
- b) Ist hingegen der angemessene Kalkulationszinssatz (Opportunitätskosten des Kapitals) kleiner als der Interne Zinsfuß (z. B. weil das Risiko dieses Investitionsprojektes und der daraus resultierende Risikoaufschlag sehr gering sind), so ist der Kapitalwert bei Verwendung der Opportunitätskosten des Kapitals positiv. Das Investitionsprojekt ist also vorteilhaft und sollte durchgeführt werden!

Der Interne Zinsfuß kann somit als der kritische Kalkulationszinssatz für das Investitionsprojekt interpretiert werden. Dies lässt sich auch anhand von Abbildung 12 veranschaulichen: Sind z. B. die Opportunitätskosten des Kapitals i_1 und somit unter dem Internen Zinsfuß, so ist der Kapitalwert positiv, und das Projekt ist durchzuführen. Sind die Opportunitätskosten des Kapitals hingegen i_2 und somit über dem Internen Zinsfuß, so ist der Kapitalwert negativ, und das Projekt ist daher nicht durchzuführen.

¹⁸ Den folgenden Ausführungen liegt die Annahme zugrunde, dass die Kapitalwertfunktion monoton fallend ist, was bei der in diesem Buch unterstellten Zahlungsstromstruktur der Investitionsprojekte der Fall ist.

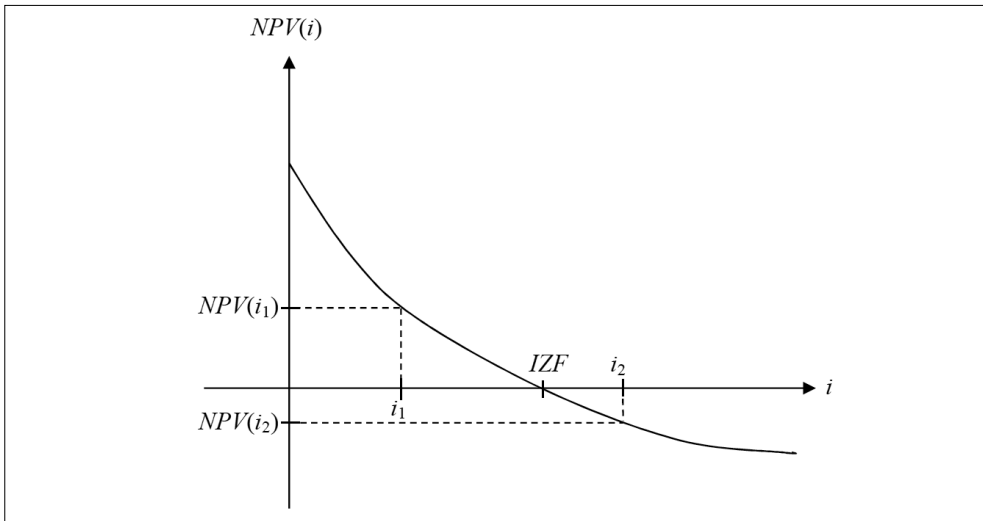


Abb. 12: Entscheidung über die absolute Vorteilhaftigkeit eines Investitionsprojektes mit dem Internen Zinsfuß

Der in Kapitel 3.4.2 beschriebene „vertikale Vergleich“ (Vergleich mit der x-Achse) auf Basis des Kapitalwertes kann also in einen „horizontalen Vergleich“ anhand des Internen Zinsfußes übergeführt werden. Dies führt unmittelbar zur „**Internen Zinsfuß-Regel**“: Wenn der Interne Zinsfuß höher als die Opportunitätskosten des Kapitals ist, sollte man das Investitionsprojekt durchführen. Wenn der Interne Zinsfuß kleiner als die Opportunitätskosten des Kapitals ist, sollte man das Investitionsprojekt nicht durchführen. Entscheidend ist somit der Vergleich zwischen der Rendite dieses Investitionsprojektes (Interner Zinsfuß) und der Rendite des äquivalenten Wertpapieres auf dem Kapitalmarkt (Opportunitätskosten des Kapitals).

Bei Beurteilung der **relativen Vorteilhaftigkeit** wird man das Investitionsprojekt mit dem höchsten Internen Zinsfuß wählen (sofern dieser über den Opportunitätskosten des Kapitals liegt). Wie in Kapitel 3.4.5.6 noch beschrieben wird, ist insbesondere die Analyse der relativen Vorteilhaftigkeit mit dem Internen Zinsfuß sehr problematisch.

3.4.5.4 Numerisches Beispiel

Es wird das Beispiel aus Kapitel 3.4.2 fortgeführt: Die Anschaffungsauszahlung des Investitionsprojektes beträgt 84 Mio. EUR. Diese erfolgt annahmegemäß am 31.12.2015. Die Nutzungsdauer des Projektes ist fünf Jahre. Das Projekt läuft also bis zum 31.12.2020. Man erwartet von diesem Projekt während dieser fünf Jahre einen konstanten Rückfluss in Höhe von 24 Mio. EUR pro Jahr (jeweils am Jahresende). Die Opportunitätskosten des Kapitals betragen 10% p. a.

Der Interne Zinsfuß lässt sich durch Lösen folgender Gleichung berechnen:

$$NPV = -84 + \frac{24}{(1 + IZF)^1} + \frac{24}{(1 + IZF)^2} + \frac{24}{(1 + IZF)^3} + \frac{24}{(1 + IZF)^4} + \frac{24}{(1 + IZF)^5} = 0$$

Die Lösung dieser Gleichung lässt sich technisch sehr einfach durch die IKV-Funktion in Excel bewerkstelligen. Dies ist in Abbildung 13 dargestellt.

B17 f_x =IKV(B15:G15)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Beispiel: Investitionsbeurteilungskriterien						
2							
3	Sie überlegen, in ein neues Investitionsprojekt zu investieren. Zu diesem Zweck prognostizieren Sie die folgenden Daten:						
4							
5	Anschaffungsauszahlung (in Millionen Euro):		84				
6	Erwarteter konstanter jährlicher Rückfluss (in Millionen Euro):		24				
7	Nutzungsdauer (in Jahren):		5				
8							
9	Opportunitätskosten des Kapitals:		10%				
10							
11	Berechnen Sie den Internen Zinsfuß!						
12							
13	absoluter Zeitpunkt:	31.12.2015	31.12.2016	31.12.2017	31.12.2018	31.12.2019	31.12.2020
14	relativer Zeitpunkt:	0	1	2	3	4	5
15	Zahlungsstrom:	-84	24	24	24	24	24
16							
17	Interner Zinsfuß:		13,20%				

Abb. 13: Ermittlung des Internen Zinsfußes bei äquidistanten Cash Flows mit der Excel-Funktion IKV

Da der Interne Zinsfuß mit 13,2% die Opportunitätskosten des Kapitals (10%) übersteigt, ist es sinnvoll, in dieses Projekt zu investieren. Diese Entscheidung ist konsistent mit der Entscheidung gemäß dem Kapitalwert-Kriterium in Kapitel 3.4.2.

In einer abgeänderten Variante dieses Beispiels wollen wir noch zeigen, wie man den Internen Zinsfuß bei **unregelmäßigen Zahlungszeitpunkten** mittels Excel ermitteln kann. In Abänderung der Beispielangabe sei unterstellt, dass im Jahr 2017 und im Jahr 2018 jeweils die Hälfte des Rückflusses schon zur Jahresmitte (also am 30. Juni) erfolgt. In diesem Fall kann der Interne Zinsfuß mittels XINTZINSFUSS-Funktion ermittelt werden.

Dies ist in Abbildung 14 veranschaulicht.